

Identification d'obstacles par des mesures de bord en régime temporel

- ▷ **Contexte:** L'identification de défauts dans un milieu à partir de mesures surfaciques est un problème inverse classique qui se pose dans de nombreux domaines, par exemple le contrôle non destructif ou l'imagerie médicale. Cette identification est particulièrement délicate lorsque les mesures correspondent à la réponse du milieu à une seule sollicitation. Une fois traduit sous forme mathématique, ce problème inverse est en général mal posé, c'est à dire qu'une petite perturbation des mesures induit une erreur importante sur le défaut responsable de ces mesures. Et ceci quelle que soit l'équation (ou le système d'équations) aux dérivées partielles qui gouverne la physique du problème. Parmi les méthodes qui permettent de résoudre ce problème inverse de manière approximative, une "approche extérieure" couplant la méthode de quasi-réversibilité et une méthode de lignes de niveau a récemment montré son efficacité dans le cas de l'équation de Laplace, du système de Stokes stationnaire et de l'équation de la chaleur. La particularité de cette approche itérative est qu'elle ne repose pas sur un processus d'optimisation. L'idée est maintenant de s'attaquer à l'équation des ondes acoustiques.
- ▷ **Travail à réaliser:** On cherche dans un premier temps un obstacle caractérisé par une condition de Dirichlet homogène à l'intérieur d'un domaine borné à partir des données de Cauchy latérales (valeur de la fonction et de sa dérivée normale) sur une partie du bord et sur tout l'intervalle de temps, la fonction étant nulle dans l'état initial. En premier lieu, il s'agit de trouver des estimations du temps minimal d'acquisition des données tel qu'un seul défaut soit compatible avec les données, en fonction d'hypothèses a priori faites sur l'obstacle. Il s'agit ensuite de mettre en oeuvre l'approche extérieure dans le cas de l'équation des ondes. La discrétisation reposera sur la méthode des éléments finis. Afin de simplifier cette discrétisation, s'agissant de la méthode de quasi-réversibilité on privilégiera une formulation mixte et s'agissant de la dynamique des lignes de niveau, on privilégiera une méthode fondée sur une simple équation de Poisson. Il s'agira également d'étendre l'approche extérieure à des obstacles variés (condition de Neumann homogène, fissure) et de prendre rigoureusement en compte le caractère bruité des mesures. La thèse sera complétée par un volet théorique concernant des estimations fines du prolongement unique de l'équation des ondes, qui permettront d'estimer a priori l'erreur commise sur l'obstacle reconstruit en fonction du niveau de bruit sur les données.
- ▷ **Directeur de thèse :** Laurent Bourgeois, HDR (tel : 01 81 87 20 86, courriel : laurent.bourgeois@ensta.fr), collaboration avec Jérémie Dardé (IMT Toulouse)
- ▷ **Références :** L. BOURGEOIS, J. DARDÉ. A quasi-reversibility approach to solve the inverse obstacle problem. *Inverse Problems and Imaging*, 4(3), 351–377, 2010.  
L. BOURGEOIS, J. DARDÉ. A duality-based method of quasi-reversibility to solve the Cauchy problem in the presence of noisy data. *Inverse Problems*, 26(9), 095016, 21, 2010.

L. BOURGEOIS, J. DARDÉ. The “exterior approach” for the inverse obstacle problem for the Stokes system. *Inverse Problems and Imaging*, 8(1), 23-51, 2014.

E. BÉCACHE, L. BOURGEOIS, J. DARDÉ, L. FRANCESCHINI. Application of mixed formulations of quasi-reversibility to solve ill-posed problems for heat and wave equations: the 1D case. *Inverse Problems and Imaging*, to appear.